Untersuchung von Funktionen mit realem Bezug

S.99 Aufgabe 6

a)

Der Anhalteweg setzt sich aus dem Weg, der während der Schrecksekunde zurückgelegt wird (Vorbremsweg), und dem Bremsweg zusammen.
Der erstere ergibt sich, wenn man ausrechnet, welcher Weg in der Reaktionszeit t_R mit der Geschwindigkeit v zurückgelegt wird. Hierzu muss lediglich t_R mit v multipliziert werden.
Beispiel: Wenn $t_R = 2s$ und $v = 100\frac{km}{h}$ so ist der Vorbremsweg (vb) folgendermaßen zu berechnen: $vb = 2s \cdot 100\frac{km}{h}$. Die einzige kleine Schwierigkeit besteht in der Umrechnung der Einheiten. $100km$ sind $100\,000m$ und eine Stunde setzt sich aus 3600 Sekunden zusammen. Legt man also 100 000 Meter in 3600 Sekunden zurück, so legt man in 1 Sekunde 100 000 : 3600 Meter zurück.Damit gilt: $v = 27,\bar{7}\frac{m}{s}$ und $vb = 2s \cdot 27,\bar{7}\frac{m}{s} \approx 55,6m$.
Den Anhalteweg als Funktion von v anzugeben, bedeutet nun, dass man einen Term mit der abhängigen Variable v aufstellen soll, der den Anhalteweg s angibt. Die Abhängigkeit stellt man in der Mathematik durch die Angabe der abhängigen Variable in runden Klammern an: $s(v)$ [1]. In unserem Bespiel gilt nun: Anhalteweg = Vorbremsweg + Bremsweg, wobei der Term für den Bremsweg in der Aufgabe angegeben wurde. Mit unseren Bezeichnungen gilt nun:

$$s(v) = t_R \cdot v + \frac{v^2}{2b}$$

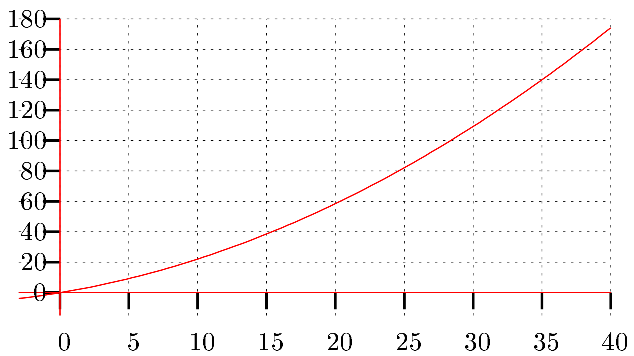
Für die angegebenen Werte ergibt sich die folgende Funktion:

$$s(v) = 1,5v + \frac{v^2}{14}$$

Wenn wir unsere üblichen Bezeichnungen verwenden, sieht die Funktionsgleichung so aus:

$$f(x) = 1,5x + \frac{1}{14}x^2$$

Der Graph soll für den Bereich $0\frac{km}{h} \leq v \leq 140\frac{km}{h}$ gezeichnet werden. Auch hier tritt wieder das Problem mit den Einheiten auf, daher rechnen wir die $140\frac{km}{h}$ noch in die Einheit $\frac{m}{s}$ um, denn nur die Einheiten Meter und Sekunde kommen bei den Angaben von t_R und b vor. $140\frac{km}{h} = 38,\bar{8}\frac{m}{s}$, wir zeichnen also den Graphen für Werte von v zwischen 0 und 40.

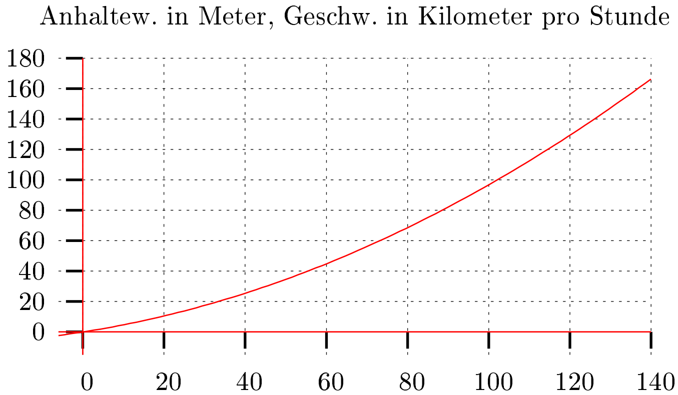


Natürlich ist uns die Angabe $140\frac{km}{h}$ geläufiger. Wir können deshalb auch die Umrechnung der Einheiten in den Funktionsterm integrieren. Dann ergibt sich folgende Funktion (Ich verwende wieder dieselben Bezeichnungen, was streng genommen falsch ist, weil ich jetzt eine neue Funktion erhalte). Ich muss jetzt jedes v mit 1000 multiplizieren und durch 3600 dividieren, insgesamt mit $\frac{5}{18}$ multiplizieren. Dann ergibt sich

$$s(v) = 1,5 \cdot \frac{5}{18} \cdot v + \frac{(\frac{5}{18} \cdot v)^2}{14} = \frac{7,5}{18}v + \frac{(\frac{5}{18} \cdot v)^2}{14} = \frac{7,5}{18}v + \frac{25}{4536}v^2$$

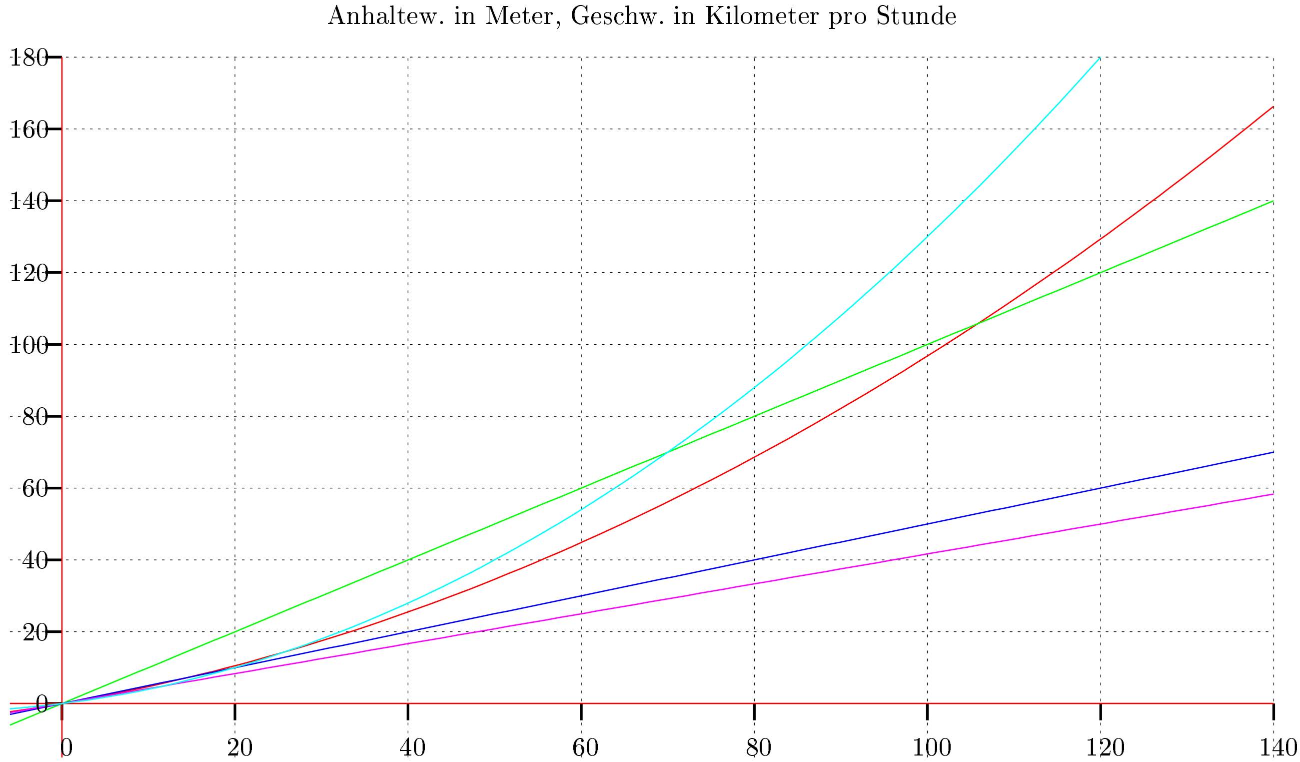
Der Graph sieht natürlich genauso aus wie oben, allerdings haben sich die Einträge auf der x-Achse verändert:

[1] Das ist dasselbe, wie f(x), nur mit anderen Bezeichnungen!!

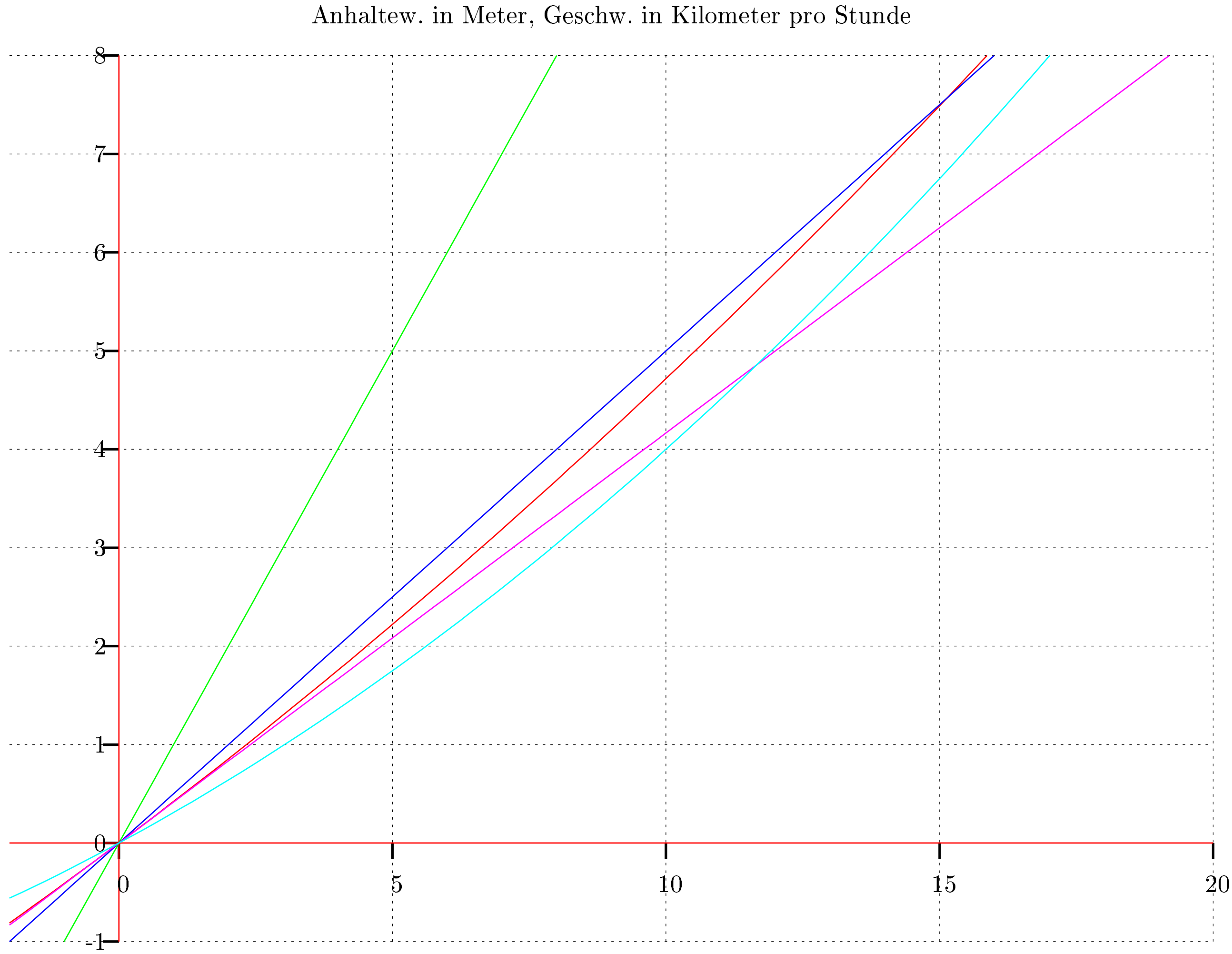


0.0.1 b)

Die Funktionsgraphen aus Teil b können wir in das letzte Koordinatensystem eintragen. Um hier genauer zu erkennen, wann die Graphen den Graphen unserer Funktion s schneiden, habe ich noch einen anderen Ausschnitt der Funktionsgraphen gezeichnet:



Und jetzt wie angekündigt, der Ausschnitt von 0 bis 30 km/h in vergrößerter Auflösung:



An den Graphen können wir nun ablesen, für welche Bereiche die einzelnen Regeln Anhaltewege angeben, die über den tatsächlichen Anhaltewegen liegen. Das ganze macht natürlich nur Sinn, wenn die angegebene Bremsverzögerung realistisch ist. Außerdem sollte man bei der Beurteilung der Regeln daran denken, dass ein vorausfahrendes Fahrzeug auch noch einen Anhalteweg hat, selbst wenn es einen Unfall haben sollte. Die Regeln sind daher auch über die ermittelten Bereiche hinaus sinnvoll:

Der mit Regel 1 (grün) berechnete Abstand liegt über dem Anhalteweg bis zu einer Geschwindigkeit von gut $100\frac{km}{h}$, Regel 2 (blau) bis ca. $15\frac{km}{h}$, Regel 3 (pink) liegt so gut wie gar nicht über dem tatsächlichen Anhalteweg und Regel 4 (türkis) ist erst **ab** einer Geschwindigkeit von ca $25\frac{km}{h}$ größer als der tatsächliche Anhalteweg.

Damit ist Regel 4 die sicherste der angegebenen Regeln.